

BİR ÇUBUĞUN MODAL ANALİZİ

A.Saide Sarıgül

DENEYİN AMACI: Ankastre bir çubuğun modal parametrelerinin (doğal frekans, titreşim biçimi, iç sönümü) elde edilmesi.

TANIMLAMALAR:

Modal analiz: Titreşen bir sistemin dinamik davranışını gösteren matematik modeli oluşturmak için ihtiyaç duyulan parametrelerin (doğal frekans, titreşim biçimi, iç sönüm gibi) belirlenmesi işlemidir.

Doğal frekans: Bir yapıya statik denge konumunda iken geçici bir hareket girdisi verilirse, yapı doğal frekans adı verilen, kendi kütle ve direngenliğine bağlı olan belirli bir frekansla titreşmeye başlar. Yapının bu titreşimleri “serbest titreşimler” olarak adlandırılır. Her yapının serbestlik derecesi kadar doğal frekansı vardır. Buna göre, tek serbestlik dereceli olarak kabul edilen bir yapının tek bir doğal frekansı varken, çubuk gibi yayılı kütle ve sonsuz sayıda serbestliğe sahip yapıların sonsuz sayıda doğal frekansı vardır. Ancak, basit uygulamalar için bu doğal frekansların ilk birkaç tanesi önem taşır.

Sönüm: Hareket sırasında enerji kaybına neden olan malzeme özelliğidir. Sönüm, sistemin doğal frekansı üzerinde de etkilidir. Küçük sönüm değerleri için, “sönümlü doğal frekans” “doğal frekansa” eşit kabul edilebilir.

Rezonans: Dinamik bir kuvvet etkisinde zorlanmış titreşimler yapan bir yapının doğal frekansı ile zorlamanın frekansının eşit olması durumudur. Bu durumda yapının titreşim genliği artma eğilimine girer. Bu genlik artışı sistemin düzgün çalışmasını engellediği gibi, onun hasara uğramasına da neden olur.

Titreşim biçimi (Mod şekli): Bir yapının doğal frekansında titreşirken aldığı şekildir.

DENEYİN ÖNEMİ VE KULLANILDIĞI ALANLAR: Yapıların doğal frekanslarının ve sönüm değerlerinin bilinmesi tasarım açısından önemlidir. Titreşim mühendisliğinin en temel problemi, dinamik sistemlerin doğal frekanslarının belirlenerek bu frekanslarda zorlanmaması veya tasarım değişikliği yapılarak rezonanstan kaçınılmasıdır. Rezonans analizi, mil gibi basit ve uçak gibi karmaşık yapılar; çamaşır makinası gibi mekanik ve köprü gibi dinamik sistemler için gerçekleştirilen titreşim analizlerinin temelini oluşturur.

TEORİK BİLGİ:

Analitik olarak doğal frekansların belirlenmesi: Doğal frekanslar basit yapılar için analitik olarak belirlenebilirken, karmaşık yapılar için genellikle deneysel modal analiz yapılır. Ankastre bir çubuğun ilk dört doğal frekansı analitik olarak,

$$f_{n,i} = \frac{(\beta l)_i^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EI}{\rho A l^4}}$$
$$\begin{aligned}(\beta l)_1 &= 1,875104 \\(\beta l)_2 &= 4,694091 \\(\beta l)_3 &= 7,854757 \\(\beta l)_4 &= 10,995541\end{aligned}$$

bağıntısı ile elde edilir. Burada E çubuk malzemesinin elastisite modülü, ρ yoğunluğu, I çubuğun alan atalet momenti, A kesit alanı, l uzunluğudur.

Deneysel Modal Analiz: Titreşen yapılar, tek ve çok serbestlik dereceli sistemler olarak modellenenir. Bunun yanında doğrusal titreşim teorisinde, çok serbestlik dereceli bir sistem, birçok tek serbestlik dereceli sistemlerin toplamı olarak ifade edilebilir.

Tek serbestlik dereceli sistemler, k direngenliğine sahip bir yay, c sönüm katsayısına sahip viskoz sönüm elemanı ve m kütleli bir eleman olarak modellenir. Bu sistemlerin zorlama kuvvetine karşılık gelen yer değiştirme cevap fonksiyonu (Reseptans, α) şu şekilde gösterilir:

$$\alpha(\omega) = \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{\omega_n^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_n\xi_n} \quad (1)$$

Burada, N serbestlik derecesi, A_n modal sabit, ω_n doğal frekans, ω doğal frekans ve ξ_n modal viskoz sönüm oranıdır. Modal sabit,

$$A_n = 2 \cdot \alpha_{\max} \cdot \xi_n \cdot \omega_n^2 \quad (2)$$

olarak ifade edilir. Modal viskoz sönüm oranı ξ_n , elde edilen frekans cevabının modal bant genişliğinden (yarım-güç yöntemi) bulunabilir.

Yarım-Güç yönteminde, sönüm oranı bir yapının reseptansının frekans spektrumundan elde edilir. Bunun için, cevap sinyalinin tepe noktasının 0,707 katı genlikteki alt ve üst frekans değerleri bulunur. Sönüm oranı,

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{2f_n} \quad (3)$$

bağıntısından bulunur. Burada f_2 ve f_1 sırasıyla modal bandın üst ve alt frekansları, f_n sistemin doğal frekansıdır.

CİHAZ VE APARATLAR:

Bilgisayar

Program: LAb View- Signal Express

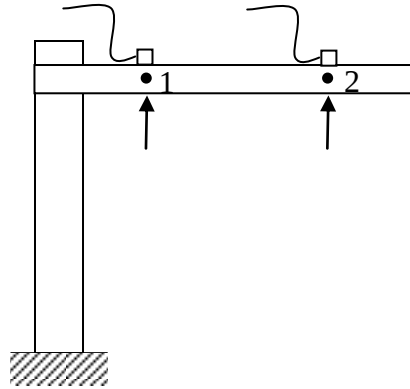
Veri toplama kartı

İvmemetre

Darbe çekici

NUMUNE: Deney için ankastre mesnetlenmiş bir çubuk.

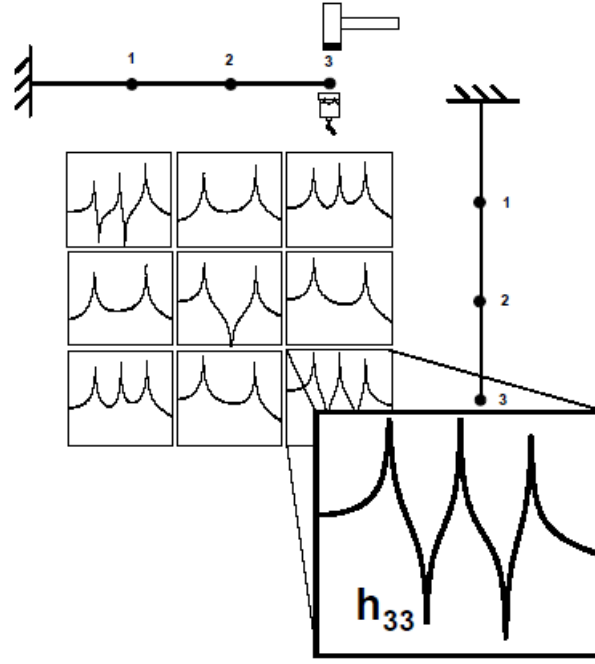
DENEYİN YAPILIŞI: Şekil 1’de görülen çubuğa modal analiz yapılırken, 1 no’lu ölçüm noktasına darbe çekici yardımıyla darbe uygulanır ve 1 noktasından ölçüm gerçekleştirilir. Daha sonra, ivmemetre 2 no’lu konuma bağlanarak yine 1 no’lu noktaya darbe uygulanarak ölçüm gerçekleştirilir. Sonradan, aynı işlemler darbenin 2 noktasına uygulanması durumu için tekrarlanır. Ölçümlerin tamamlanmasının ardından modal analizde yapılan testlerin doğruluğunu kanıtlamak amacıyla aşağıdaki durumlar incelenir.



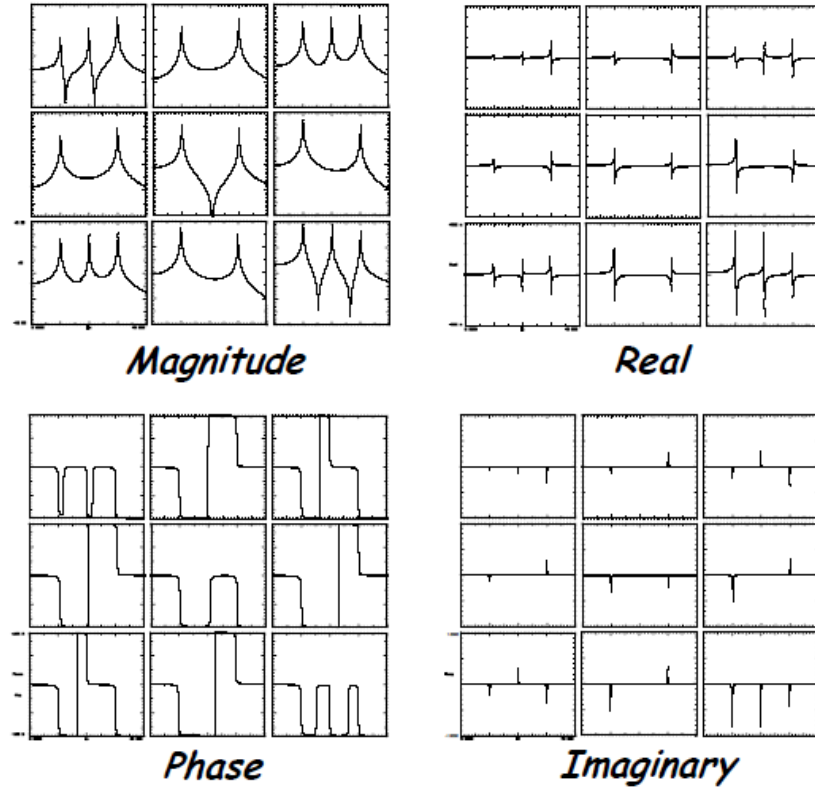
Şekil 1. Reseptans ölçümü yapılan çubukta zorlama ve ölçüm noktaları

- 1) Simetri testi: Ölçülen reseptanslar arasında Şekil 2’de görüldüğü gibi karşılıklılık ilişkisi bulunur ($\alpha_{12} = \alpha_{21}$).
- 2) Anti-rezonans izlemesi: Yapının zorlama noktasından ölçüm alınması durumunda doğal frekansların izlendiği bölgenin ilerisinde anti-rezonanslar görülür.

Şekil 2’de üç noktalı bir modal analiz testi için örnekler gösterilmiştir.



a)



b)

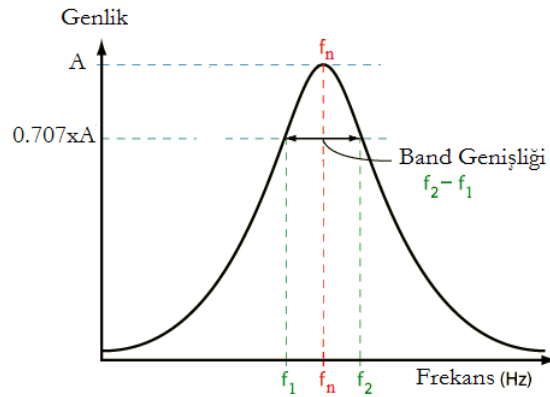
Şekil 2. Bir çubuğun frekans cevap fonksiyonları a) Genlik cevabı,
b) Genlik, faz, gerçel ve sanal cevapları

Yapılan deneylerin doğruluğu gösterildikten sonra uygun bir reseptans-frekans eğrisi seçilerek modal parametreler elde edilir:

A) Doğal frekanslar: Doğal frekanslar, cevap fonksiyonundan farklı yollarla elde edilebilir:

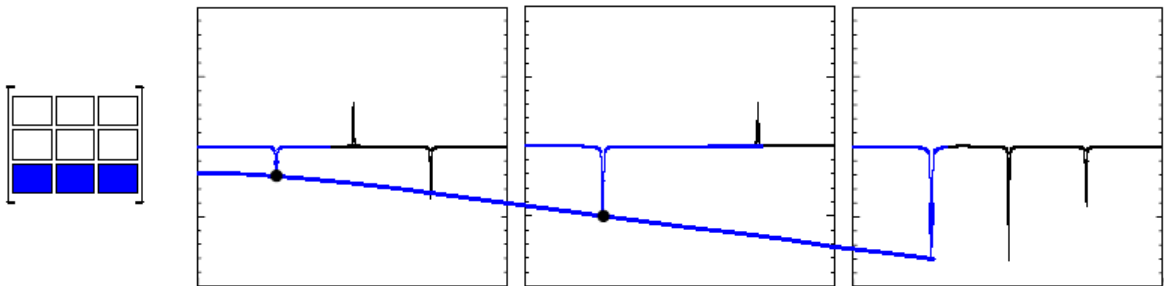
- 1) Genlik-frekans eğrisinde görülen tepelerin frekanslar,
- 2) Faz-frekans eğrisinde 180° 'lik bir değişim olması durumundaki frekanslar,
- 3) Gerçel-frekans eğrisinde gerçel değerin 0 olduğu frekanslar,
- 4) Sanal-frekans eğrisinde tepelerin frekansları.

B) Sönüm ve modal sabitin elde edilmesi: Şekil 3 yardımı ile “Teorik Bilgi” bölümünden elde edilebilir.



Şekil 3.Yarım-güç yöntemi

C) Titreşim biçimlerinin belirlenmesi: Bir çubuğun titreşim biçimi (mod şekli) belirlenirken Şekil 2.b’de görülen sanal (imaginary) frekans eğrilerinden uygun bir satır seçilir. Elde edilen satırlardan, hangi doğal frekansın mod şekli belirlenmeye çalışılacak ise o frekanstaki tepe değerler birleştirilerek yaklaşık titreşim biçimi elde edilir. Şekil 4’te üç noktalı bir ölçüm için titreşim biçimlerinin elde edilmesi gösterilmiştir.



Şekil 4. Titreşim biçimlerinin belirlenmesi